e5217

Soit la suite u telle que pour tout entier naturel n non nul, $u_n = n\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}-1\right)$.

Déterminer sa limite lorsque n tend vers $+\infty$.

e3512

Soit la suite u définie par $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_n}$.

1/ Montrer que, pour tout n entier naturel, $1 \leq u_n \leq 2$.

2/ Montrer que la suite (u_{2n}) est croissante et que la suite (u_{2n+1}) est décroissante.

3/ En déduire que les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont convergentes. Soient L_0 et L_1 les limites respectives de ces deux suites.

4/ Montrer que L_0 et L_1 sont solutions de l'équation : $x = 1 + \dfrac{1}{1+\frac{1}{x}}$. En déduire les valeurs de L_0 et L_1.

5/ Montrer qu'alors la suite (u_n) converge vers $L = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

e3458

Soit les suites (x_n) et (y_n) de nombres réels telles que $\begin{cases} x_0 = 1 \text{ et } y_0 = 8 \\ 3x_{n+1} = 7x_n + y_n + 3 \\ 3y_{n+1} = 20x_n + 8y_n + 15 \end{cases}$.

1/ Prouver que : $5x_n - y_n + 3 = 0$, pour tout entier naturel n.

2/ Prouver que : $x_{n+1} = 4x_n + 2$, pour tout entier naturel n.

3/ Soit la suite (u_n) telle que : $x_n = u_n + a$, avec a réel, pour tout entier naturel n.

Déterminer a pour qu la suite (u_n) soit géométrique, puis exprimer u_n en fonction de n.

4/ En déduire l'expression de x_n, puis de y_n en fonction de n.

5/ Déterminer les limites de x_n et y_n en fonction de n.

e2960

Soient deux suites (a_n) et (b_n), définies par $a_0 = 2$, $b_0 = 4$, et pour tout entier naturel n :

$$\begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{4}(a_n + 3b_n) \\ b_{n+1} = \frac{1}{4}(3a_n + b_n) \end{cases}.$$

1/ Soit la suite (u_n) définie par $u_n = a_n + b_n$, pour tout entier naturel n.

Démontrer que la suite (u_n) est constante.

2/ Soit la suite (v_n) définie par $v_n = a_n - b_n$, pour tout entier naturel n.

Montrer que la suite (v_n) est géométrique convergente. Exprimer v_n en fonction de n.

3/ Exprimer a_n et b_n en fonction de n, puis calculer leurs limites en fonction de n.

e2688

Soit les suites (u_n) et (v_n) telles que $\begin{Bmatrix} u_{n+1} = 2u_n + 3v_n \\ v_{n+1} = 3u_n + 2v_n \end{Bmatrix}$ avec $\begin{cases} u_0 = 2 \\ v_0 = 0 \end{cases}$.

1/ Soit les suites (x_n) et (y_n) telles que $\begin{cases} x_n = u_n + v_n \\ y_n = u_n - v_n \end{cases}$. Déterminer la nature de (x_n) et (y_n).

2/ Exprimer x_n et y_n en fonction de n. En déduire u_n et v_n en fonction de n.

e5056

Soit la suite u définie sur $\mathbb{N}^*$ par $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - n \end{cases}$.

1/ Déterminer u_n en fonction de n.

2/ Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

e4160

Soit a un nombre réel tel que $-1 < a < 0$.

On considère la suite u définie par $u_0 = a$, et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$.

2-a) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2 + x$. Etudier le sens de variation de la fonction h.

En déduire que, pour tout x appartenant à l'intervalle $]-1\,;0[$, le nombre $h(x)$ appartient également à cet intervalle.

b) Démontrer que, pour tout entier naturel n, on a : $-1 < u_n < 0$.

3/ Etudier la convergence de la suite u, et déterminer sa limite, si elle existe.

e3995

La suite u est définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n + 2$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$.

1/ Représenter graphiquement les premiers termes de la suite à l'aide des droites d'équation $y = \frac{1}{2}x + 2$ et $y = x$.

2/ Que peut-on conjecturer sur la limite de la suite u.

3/ Démontrer par récurrence que la suite u est majorée par 4.

4/ Démontrer par récurrence que la suite u est croissante.

5-a) Démontrer qua la suite u converge vers une limite L.

b) Déterminer L à l'aide de la relation de récurrence de u.